Malmö högskola

Lärarutbildningen

Natur, miljö, samhälle

Examensarbete

10 poäng

Den grafritande räknaren som ett medierande redskap

The graphing calculator as a mediating tool

Michael Falkebo Peters

Linus Schrab

Lärarexamen 180 poäng

Matematik och lärande

Höstterminen 2006

Examinator: Per-Eskil Persson

Handledare: Eva Davidsson

Sammanfattning

Syftet med vår undersökning är att presentera hur två av de mest frekvent använda läroböckerna i matematik förhåller sig till den grafritande räknaren som ett hjälpmedel i lärprocessen? För att göra detta har vi, utifrån olika metoder för textanalys, beskrivit böckernas innehåll. Vidare visar vi att den grafritande räknaren är ett medierande redskap i lärprocessen och frågar oss därför hur de analyserade böckerna förhåller sig till detta. Vårt resultat är därmed delvis en presentation av böckernas innehåll men även en diskussion där innehållet ställs mot teorier kring artefaktens betydelse för lärandet. Vi visar att de analyserade böckerna skiljer sig i sitt förhållningssätt till den grafritande räknaren som ett medierande redskap.

Nyckelord: artefakt, grafritande räknare, matematik, medierande redskap.

1. Inledning

Under vår verksamhetsförlagda tid på lärarutbildningen har vi noterat att läroboken spelar en stor roll i gymnasieskolans matematikundervisning. Den postmoderna tid vi lever i präglas allt tydligare av ny och alltmer lättillgänglig teknik. Detta gäller för det övriga samhället såväl som för den matematikundervisningen som bedrivs i gymnasieskolan. Här blir datorbaserad undervisning, symbolhanterande och grafritande miniräknare allt viktigare begrepp. Hur hanterar då ett av den traditionella skolans främsta läromedel, matematikboken, dessa nya läromedel i form av datorer och avancerade miniräknare? Vi har i vår undersökning lagt fokus på avancerade miniräknare och lämnat datorbaserad undervisning som underlag för en annan studie.

Införandet av avancerade miniräknare i undervisningen är en komplex procedur, Guin och Trouche (1998) menar att miniräknaren först genom interaktion med eleven blir ett hjälpmedel. Detta hjälpmedel kan, såväl som eleven, spela flera olika roller i lärandeprocessen.

Innan vi går vidare vill vi, för att vara tydliga, definiera begreppet *grafritande räknare* vilket vi kommer att använda som ett samlingsnamn för miniräknare med möjlighet att rita grafer. Vårt arbete handlar enbart om denna typ av miniräknare och om inget annat anges är det alltid en grafritande räknare det syftas på även då vi talar om räknare.

1.1 Bakgrund

Människans utveckling och lärande grundar sig i en *internalisering* av de *kulturella redskap* som *externaliserats* genom mänsklighetens gemensamma erfarenheter (Kroksmark, 2003). Detta är några av de tankar som Vygotskij förde fram i början av 1900-talet och som, än idag, är aktuella i den svenska skolan.

Roger Säljö har i sina böcker, ”Lärande i praktiken” (2000) samt ”Lärande & kulturella redskap” (2005), tolkat Vygotskijs idéer om det *medierande redskapet* och för, främst i den senare boken, ett resonemang kring hur olika fysiska och tekniska hjälpmedel, *artefakter*, påverkat matematikundervisningen ur ett sociokulturellt perspektiv.

1.1.1 Historik

På 70-talet gjorde miniräknaren sitt intåg, på elevernas initiativ, i den svenska skolan (Dahland, 1993). Detta var på många sätt omstritt, miniräknaren utmanade skolans traditionella kunskapssyn då den skulle banalisera matematiken till ”knapptryckande” (Säljö, 2005).

Miniräknaren var dock inte det första tekniska hjälpmedlet för att utföra beräkningar. Dahland (1993) berättar om flera olika tekniska hjälpmedel som funnits, på 1600-talet utvecklade Blaise Pascal den första mekaniska additionsmaskinen, bara några decennier senare presenterade Gottfried Willhelm Leibnitz den första maskinen som kunde utföra multiplikation. På 1820-talet kom, det som många anser vara, den första datorn, Charles Babbage hade utvecklat en maskin som hade mycket goda beräkningsmöjligheter och den hade dessutom ett minne som kunde behålla utvalda ingångsvärden för senare bruk. På 1970-talet, samtidigt som miniräknaren vann mark, kom den första persondatorn att introduceras i samhället. Vidare menar Dahland att miniräknaren har, tillsammans med datorn, bidragit till en revolution inom matematiskt beräkningsarbete.

Den grafritande räknaren är idag lättillgänglig och priset på denna har, från dess introduktion i början av 90-talet, sjunkit till ca en tiondel av dess ursprungliga pris. Guin (2005) påpekar att det tog 15 år för eleverna att utrusta sig med en traditionell miniräknare. Motsvarande för den grafritande räknaren tog 10 år då de flesta elever hade utrustat sig med en sådan år 2000. Vidare menar hon att, om utvecklingen sker i liknande takt kommer vi antagligen att se de flesta elever använda sig av en symbolhanterande räknare inom ett par år.

Idag är räknaren en tydlig del av den svenska skolans matematikundervisning. Alla av gymnasiets kursmål inom matematik nämner att eleven skall känna till och kunna behärska tekniska hjälpmedel såsom grafritande räknare vid t.ex. problemlösning. I målen för matematikkurs E nämns inte räknaren explicit men eleven förväntas ha fördjupad kunskap om de metoder som använts inom tidigare kurser (Skolverket, 2000). I kursplanen för gymnasiets matematikkurs C kan vi läsa att eleven efter avslutad utbildning bl.a. skall

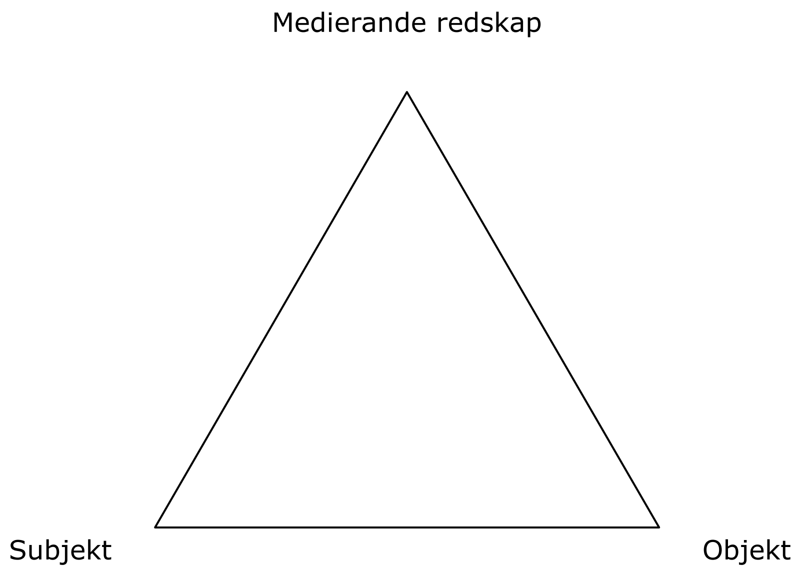
> känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang
>
> kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel (Skolverket, 2000)

1.1.2 Internalisering, externalisering och medierande redskap

Den *internalisering* som vi nämnde i inledningen av detta kapitel kan, enligt Vygotskij, liknas vid hur människan har biologiskt medfödda reflexer och psykologiska funktioner som utvecklas kontinuerligt (Kroksmark, 2003).

Ett exempel på detta är språket. Ett barn föds med de grundläggande förutsättningarna för att tala men kan först uttrycka sig, i det talade ordet, genom att lära sig ett språk. Barnet approprierar, tillägnar sig, och lär sig att behärska språket, det som Vygotskij kallar en *internalisering*. Vidare är språket, likt alla *kulturella redskap*, en *externalisering* av *det sociala intellektet*, samhällets och individens samlade kunskaper och erfarenheter. Detta språk har alltså utvecklats genom sociala processer då tidigare generationer externaliserat språket som ett *kulturellt redskap* för kommunikation.

Även Säljö (2000) talar om hur kulturella redskap externaliseras och internaliseras i samhället och individuellt. Denna process, menar han, bidrar till utvecklingen av det sociala intellektet. Vidare beskriver Säljö hur dessa kulturella redskap har en medierande roll i samspelet mellan ett *objekt* och ett *subjekt*. Detta gör han genom att använda Leonitievs vidareutveckling av Vygotskijs idéer (se Figur 1). Här visar Säljö hur det medierande redskapet kan vara av olika karaktär. Det kan dels vara ett *intellektuellt redskap* och därmed representera de kunskaper som krävs för att närma sig objektet men det kan även vara ett *fysiskt redskap*, en *artefakt*, som underlättar och hjälper *subjektet*, individen, vid interaktion med *objektet*. Säljö använder sig av en metafor för att beskriva detta. Här framställer han bonden som subjekt och objektet är den jord som bonden skall odla. För att bonden skall kunna förhålla sig till jorden krävs det att han har intellektuella redskap så som grundläggande kunskaper om hur man odlar grödor och hur man vattnar men han tar även hjälp av fysiska redskap så som hackor, plogar o.s.v.



Figur 1. Leonitievs generaliserade modell av mediering mellan subjektet och objektet. (Säljö, 2005)

1.1.3 Matematiska hjälpmedel och artefakter

Säljö (2005) belyser ett område där de ovan nämnda medierande redskapen i form av artefakter har påverkat människans sätt att utföra tankeoperationer. För aritmetiska beräkningar har det genom historien funnits en rad olika hjälpmedel att tillgå. Vissa av dessa är idag, i princip, ersatta av modern teknik så som miniräknare och kalkyleringsprogram medan andra, exempelvis ”papper och penna” och huvudräkning, inte ersatts utan kompletterats av dessa nya redskap.

Han (Säljö, 2005) menar att lärandeprocessen i hög grad påverkas av de artefakter som används och presenterar en studie som undersöker jordgloben och hur denna påverkar barns sätt att beskriva illusionen av att en person står upp och ner på jordens södra halvklot. Denna studie visade att jordgloben, som artefakt, hjälpte barnen i deras sätt att resonera och förstå hur denna illusion uppstod.

För att beskriva utvecklingsförloppet av artefakter som använts inom matematiken utgår Säljö (2005) från huvudräkning. Han menar att huvudräkning är ett kulturellt redskap som ställer höga krav på individens minne och att det är få människor som simultant kan hantera den mängd av information som krävs vid t.ex. multiplikation av tvåställiga tal. För att hantera detta problem har människan genom historien utvecklat diverse artefakter genom en externalisering av hennes uppnådda kunskaper. Ett exempel på detta är behovet av ett externt minne där både räkning på fingrarna och ”papper och penna” nämns. I dagens samhälle är det främst miniräknaren och datorer som fyller detta behov. Självklart har ”papper och penna” fortfarande en framstående roll men Säljö menar att miniräknaren och kalkyleringsprogram påverkat vårt förhållningssätt till matematiken. Han påpekar också att det huvudsakliga arbetet vid beräkningar nu blir att välja en lämplig funktion och att behärska inmatningen till miniräknaren eller datorn. Miniräknaren är, enligt Säljö, intressant som artefakt av flera anledningar:

- Utmanandet av den traditionella undervisningen,
- dess bidrag till ett lekfullt förhållningssätt till matematik och
- dess intuitiva gränssnitt.

Som vi tidigare nämnt så var miniräknaren omstridd vid sin introduktion i skolan under 70-talet, en kritik som fördjupades i och med att miniräknaren blev programmerbar och kunde utföra beräkningar i flera led. Miniräknaren representerade därmed en ny tid som utmanade den traditionella synen på undervisning i skolan.

Nästa exempel som Säljö (2005) ger är hur miniräknaren inbjuder till ett nytt, mer lekfullt, förhållningssätt till matematiken. Eleven kan nu, utan att det tar för lång tid, pröva sig fram till lösningar. Detta är något vi kan identifiera även i Bergqvist (1999) som i sin undersökning, där han aktivt observerat tre stycken elevpar och deras arbete kring algebraisk problemlösning med en grafritande räknare, visar att detta, för eleverna nya, arbetssätt uppfattades som både intressant och spännande.

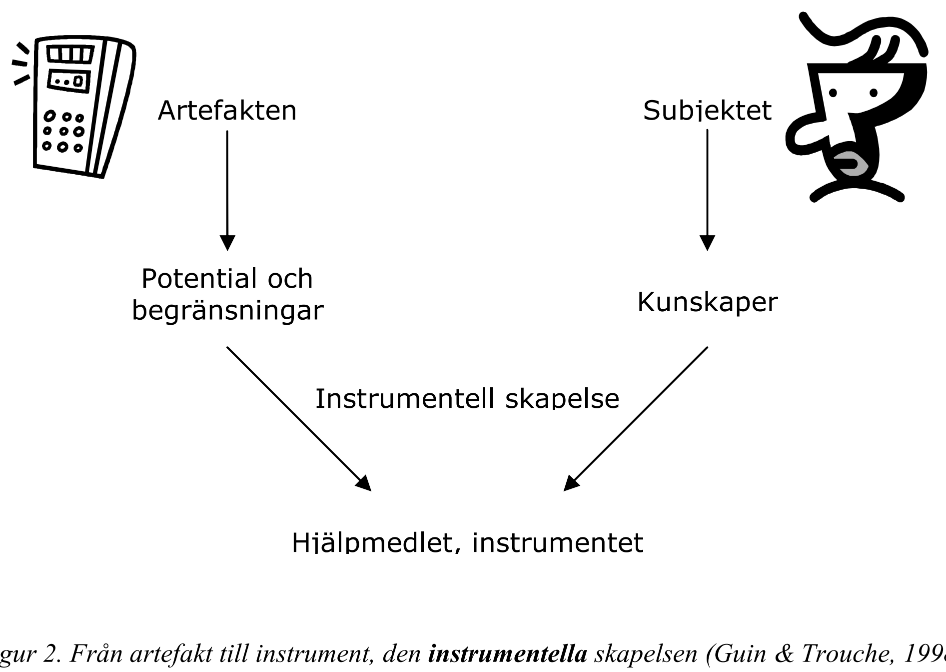
Slutligen belyser Säljö (2005) miniräknarens intuitiva gränssnitt där tekniken gömts bakom tydliga och välbekanta tecken som representerar bl.a. aritmetiska operationer.

Även Hundeide (2006) pekar på artefaktens betydelse i barns lärandeprocess. Han menar att modern teknik, som datorer och mobiltelefoner, har en central roll i många barns vardag. Dessa artefakter, menar han, påverkar barns kognitiva förmågor. Den viktigaste frågan är, enligt Hundeide, hur dessa artefakter påverkar? Han skriver:

> … det är något man bara kan få svar på genom att dels undersöka de sociala praktiker dessa artefakter ingår i, på vilket sätt, i vilka sammanhang och i vilken utsträckning de brukas, och dels undersöka den underförstådda rationaliteten och logiken som bruket av dessa redskap medför. Poängen är att dessa redskap i sig inte har något värde om man inte undersöker dem i samband med det sociala praktiker de ingår i. (Hundeide, 2006, s. 130)

1.1.4 Artefakten i klassrummet

Guin och Trouche (1998) har i sin rapport ”The complex process of converting tools into mathematical instruments: the case of calculators” undersökt, i enlighet med titeln, komplexiteten kring att använda räknaren, symbolhanterande och grafritande, som ett matematiskt hjälpmedel i undervisningen. De undersöker hur införandet av en symbolhanterande räknare påverkar elevernas förhållningssätt till matematik.



*Figur 2. Från artefakt till instrument, den **instrumentella** skapelsen (Guin & Trouche, 1998)*

Guin och Trouche (1998) menar att det är först genom en *instrumentell skapelse* (eng. instrumental genesis) (se Figur 2) som artefakten kan ses som ett *instrument*, ett hjälpmedel, vid lärandet. För att undersöka hur detta instrumentella skapande ter sig hos eleverna kartläggs, genom observationer av en skolklass med 17 och 18-åringar, fem olika elevprofiler som beskriver hur eleverna förhåller sig till matematik utifrån en grafritande räknare. Målet var att undersöka på vilket sätt införandet av en symbolhanterande räknare påverkar elevens förhållande till matematiken. De, fem olika, profiler som identifierades beskriver elevernas varierande förhållningssätt till matematik då de har tillgång till en grafritande räknare (se Tabell 1) (Guin & Trouche, 1998).

Elevens förhållningssätt	Karakteriseras av…
Slumpmässigt	… en tydlig osäkerhet inom både den räknarbaserade och den traditionella ”papper och penna”-miljön.
Mekaniskt	… tillförlitlighet till räknaren där resonemang grundar sig på konsekventa resultat av beräkningar på räknaren.
Resursutnyttjande	… användandet av alla tillgängliga informationskällor och grundar sina slutsatser på jämförelser av dessa.
Rationellt	… begränsad användning av räknaren, baserar sina resonemang på traditionella arbetssätt.
Teoretiskt	… att tydligt koppla till matematiska referenser och regler. Baserar sitt resonemang och sin bevisföring på analogier, paralleller.

Tabell 1. Guin och Trouches (1998) fem olika elevprofiler (vår översättning)

Guin och Trouche (1998) påpekar att man, då dessa profiler inte är exklusiva, inte kan klassificera en elev till en specifik profil. De menar vidare att denna kartläggning är viktig dels för att identifiera extremtyperna i en elevgrupp men även för att man på ett tydligt sätt skall kunna följa elevers utveckling.

För att tolka den grafritande räknaren som artefakt och hur denna används som ett verktyg i klassrummet har Doerr och Zangor (2000) undersökt elever och lärare och hur de tillsammans skapar betydelse för detta verktyg. I en kvalitativ undersökning har de observerat en lärare och två klasser med elever i åldern 15 – 17 år. Under observationerna kretsade undervisningen kring begrepp som *linjära*, *exponential*- och *trigonometriska funktioner*. Undersökningen resulterade i en beskrivning av bl.a. räknarens roll i denna instrumentella skapelseprocess.

Doerr och Zangor (2000) hittade fem roller som räknaren antar utifrån elevernas skilda handlande (se Tabell 2).

Räknarens roll	Elevens handlande
Beräkningsverktyg	Utvärdering av numeriska uttryck Uppskattningar Avrundningar
Transformationsverktyg	Förändring av uppgiftens natur Enformiga uppgifter beräknas med allmänna lösningar
Verktyg för datasamlande och analys	Samlande av data Hitta mönster
Visualiseringsverktyg	Anpassa allmänna funktioner Visualisera och tolka data Ekvationslösning
Verifieringsverktyg	Bekräftelse av troliggjorda bevis Tolkning av likheter mellan olika matematiska representationer

Tabell 2. Räknarens fem roller (Doerr & Zangor, 2000, vår översättning)

1.1.5 Sammanfattning av teori

Säljö (2000 & 2005) visar hur en artefakt blir ett medierande redskap genom att subjektet närmar sig ett objekt. Den grafritande räknaren är ett tydligt exempel på en sådan typ av artefakt och i vårat fall är objektet begreppet derivata. Att tolka den grafritande räknaren ur ett sociokulturellt perspektiv är något som även Guin & Trouche (1998) och Doerr & Zangor (2000) belyser, i sina undersökningar. I den förstnämnda (Guinn & Trouche, 1998) beskrivs hur artefakten, först genom en instrumentell skapelse, blir ett verktyg för lärande. Skapandet av detta verktyg ter sig på olika sätt vilket Doerr & Zangor (2000) identifierat. Elever använder det medierande redskapet på olika sätt och en artefakt kan anta olika roller i en lärprocess. Hundeide (2006) påpekar vidare att man måste ställa sig frågor kring vad artefaktens användande betyder för eleven. Vi vill utifrån detta undersöka hur den grafritande räknare, som är ett medierande redskap, presenteras i svenska läroböcker för matematik.

1.2 Syfte och frågeställningar

Syftet med vårt arbete är att studera hur den grafritande räknaren framställs som ett hjälpmedel i två av de mest frekvent använda läroböckerna för gymnasiets matematikkurs C. Denna analys ställs mot teorier kring lärandeprocessen som en medierad handling. Vår analys avgränsas genom att fokusera på utvalda delar av dessa läroböcker vilka hanterar begreppet derivata och dess tillämpningar.

För att närma oss den framställning av grafritande räknare som dessa läroböcker ger inleder vi vår undersökning med en övergripande frågeställning:

- På vilka sätt presenterar två läroböcker i gymnasiets matematikkurs C den grafritande räknaren i samband med begreppet derivata och dess tillämpningar?

För att tolka böckernas presentation av den grafritande räknaren, utifrån teorier kring artefakten som ett medierande redskap, ställer vi oss en följdfråga:

- Hur förhåller sig läroböckernas texter och dess räkneövningar till den grafritande räknaren som ett medierande redskap?

2. Metod

2.1 Urval

Vårt urval är baserat på de läroböcker som är mest frekvent använda inom den svenska gymnasieskolans kurs C i matematik med inriktningen naturvetenskap och teknik. Ur dessa valdes den mest frekvent använda boken samt den bok som, vid en första anblick, bar den tydligaste prägeln av att vara anpassad för arbete med en grafritande räknare (Johansson & Svedner, 2001). För att hitta dessa läroböcker ringde vi till tre svenska förlag, Gleerups, Liber och Natur och Kultur. Förlagen ville inte avslöja exakta försäljningssiffror, då detta ansågs vara företagshemligheter, men muntligt berättade de att ca 70 % av marknaden tillhörde Natur och Kulturs bok ”Matematik 3000”. Tre böcker följde denna, Gleerups ”Exponent” samt Libers ”Matematik från A-E” och ”Pyramid NT”.

Urvalet föll därmed på Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) samt Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) då den sistnämnda bar den tydligaste prägeln av att vara anpassad för arbete med en grafritande räknare.

2.2 Analysmetod och procedur

För att undersöka dessa läroböcker och deras framställning av den grafritande räknaren har vi gjort en textanalys där vi utgått ifrån Hellspongs (2001) ”Metoder för brukstextanalys”. Vi har grundat denna analys på hans metoder för funktionell, strukturell och komparativ analys.

Vår tolkning av Hellspongs (2001) metoder resulterade i ett antal intervjufrågor som vi ställt till de berörda texterna. Hellspong påpekar att man, för en textanalys, inte behöver ställa alla de frågor han föreslår under varje analysmetod, ett urval kan göras utifrån undersökningens behov. Vi har därmed valt ut och omformulerat ett antal frågor som legat till stöd för vår analys (se Bilaga 1).

Den strukturella analysen är ett bra sätt att närma sig en text och få en överblick över dess struktur (Hellspong, 2001). I resultatet redogör vi för bokens kapitelstruktur (se fråga 1a & 2, Bilaga 1) samt vilka delar av boken som hanterar det område vår undersökning berör (se fråga 1.e, Bilaga 1). Detta har vi gjort genom att kategorisera avsnitten utifrån deras övergripande karaktärsdrag samt genom att notera var i boken räknaren behandlas.

Den funktionella analysen främsta syfte är att identifiera textens funktioner och hur dessa interagerar med varandra (Hellspong, 2001). Vår analys skall ge en bild av hur boken presenterar den grafritande räknaren i samband med derivata och dess tillämpningar, den funktionella analysen utgår därmed ifrån bokens funktion som presentatör av den grafritande räknaren och vi frågar oss på vilket sätt boken uppfyller denna funktion. De frågorna vi använder oss av för att svara på detta är 1b, c och d (se Bilaga 1).

Den tredje frågan vi ställer oss (se fråga 3, Bilaga 1) skall fånga upp vad vi som läsare möter vid en genomgång av boken. Detta utgår ifrån Hellspongs (2001) strukturella analys men den är även baserad på Johansson och Svedners (2001) riktlinjer för textundersökning.

För att besvara vår andra frågeställning kring hur läroböckerna framställer den grafritande räknaren som ett medierande redskap har vi genomgående i diskussionen jämfört de två texterna utifrån vårt resultat men även utifrån hur de förhåller sig till den teori vi presenterat. Hellspong (2001) menar att man i en komparativ, jämförande, analys skall ställa sig frågor kring texternas innehåll och dess sociala ton. Innehållet jämförs utifrån vår analys och den sociala tonen jämförs enligt den teori vi lagt fram.

Vi vill också undersöka vad boken säger om grafritande räknare i sitt förord, kräver den några förkunskaper av sin läsare? Finns det någon eller några genomgående markeringar som talar om för läsaren att räknaren behandlas? Har boken, specifikt avsatta, kapitel, eller avsnitt, som behandlar räknaren och hur ser dessa i så fall ut?

2.3 Vilka faktorer kan ha påverkat analysen?

Naturligtvis har vårt arbete påverkats av flera faktorer varav några är extra tydliga. Johansson och Svedner (2001) menar att man, i en läromedelsgranskning, kan grunda sitt urval dels på det material som är mest använt och dels på det material som är representativt för olika synsätt. Utifrån detta har vi gjort vårt urval men det senare urvalskriteriet påverkas av våra åsikter då det grundar sig på en subjektiv bedömning.

Även analysmetoden påverkas av våra åsikter då vi har formulerat frågorna som skall ställas till texten. För att minimera vårt inflytande över analysen har vi grundat dessa frågor på ”Metoder för brukstextanalys” (Hellspong, 2001).

Som vi tidigare påpekat menar Hellspong (2001) att man för en textanalys inte behöver använda alla de analysmetoder och de frågor dessa innehåller, ett urval kan göras utifrån analysens syfte. I ”Metoder för brukstextanalys” presenterar Hellspong ett 20-tal, mer eller mindre, varierade analysmetoder som uppfyller olika syften. ”Historisk-biografisk-”, ”Propaganda-” och ”Översättningsanalys” är några exempel på analysmetoder och deras respektive namn beskriver de syften de skall uppfylla. Då merparten av dessa analysmetoder inte passat vårt syfte har de valts bort.

Vår undersökning utgår ifrån lärobokens framställning av den grafritande räknaren och teorin hade kunnat kompletteras med bl.a. undersökningar kring lärobokens roll i undervisningen. Vidare hade resultatet kunnat fördjupas genom exempelvis intervjuer, kvalitativa eller kvantitativa, med lärare, elever och läroboksförfattare. Andra metoder som Johansson och Svedner (2001) hänvisar till för att fördjupa en textundersökning är observationer av elevers arbete med läroböcker och kvantitativ analys av fler texter. Detta hade breddat undersökningens tillförlitlighet då den i vårt arbete endast gäller för de aktuella böckerna och de specifika avsnitt som analyserats. Vidare hade validiteten hos vårt resultat ökat om vi, i vår diskussion, jämfört det med exempelvis andra läroboksanalyser och deras resultat. Vi har, genom en prioritering, valt en metod som besvarar vår frågeställning men nämner ovan nämnda metoder för att belysa alternativa infallsvinklar för att uppfylla ett liknande syfte.

3. Resultat av läroboksanalys

3.1 Matematik 3000

Boken är uppdelad i åtta kapitel där de fyra första är anpassade för kurs C och de fyra senare för kurs D. Kapitlen som täcker kurs C innefattar tre övergripande begrepp, algebra, derivata och talföljder. Begreppet derivata behandlas i kapitel 2, ”Förändringshastigheter och derivator”, och kapitel 3, ”Kurvor och derivator”.

I bokens förord anges att eleven förutsätts ha tillgång till en grafritande räknare, framställningen av denna skall vara gjord på ett sätt som är oberoende av vilken typ av räknare som används. Avsnitt som skall behandlas med hjälp av en räknare utmärker sig i boken, främst, genom en liten ikon, föreställande en grafritande räknare i textens periferi. Denna ikon uppmanar även till att eleven kan behöva bli instruerad i hur den grafritande räknaren skall användas. Vi har även identifierat en visuell representation av räknaren i form av en rektangel med avrundade hörn, då detta är fallet anges det i texten att avsnittet behandlar räknaren.

Boken har inget avsnitt där den grafritande räknaren introduceras, därmed förutsätts det att eleven har förkunskaper om sin räknare och dess grundläggande funktionalitet.

Det finns ett avsnitt i samband med derivata där den grafritande räknaren står i fokus.

Textens struktur

Det andra kapitlet i boken, ”Förändringshastigheter och derivator”, är det första kapitlet som hanterar begreppet derivata och det består av tre underrubriker med tillhörande avsnitt enligt följande struktur (se Tabell 3):

Avsnitt	Underrubrik	Karaktär	Räknaren
Förändringshastigheter (s. 58-65)	Genomsnittlig förändringshastighet (s. 58-62)	T, Ö	
	Kurvors lutning (s. 63)	T	
	Hur får vi tangentens lutning? (s. 64-65)	T, Ö	s. 64
Begreppet derivata (s. 66-73)	Gränsvärden (s. 66-67)	T, Ö	s. 67
	Derivatans definition (s. 68-69)	T, Ö	
	Grafisk och numerisk derivering (s. 70-73)	T, Ö	s. 72
Deriveringsregler (s. 74-93)	Derivatan av polynomfunktioner (s. 74-76)	T, Ö	
	Historik: Karl Weierstrass och Sonja Kowalevskaja (s. 77)	H	
	Derivatan av potensfunktioner (s. 78-79)	T, Ö	
	Derivatan av exponentialfunktioner (s. 80-83)	T, Ö	
	Derivatan av a^x (s. 84)	T, Ö	
	Blandade övningar (s. 85-87)	Ö	
	En gruk av Piet Hein (87)	H	
	Hemuppgifter 2 (s. 88-90)	Ö	
	Problemlösning 2 (s. 91)	Ö	
	Arbeta utan räknare 2 (s. 92-93)	Ö	
Den fjärde kolumnen ”Räknaren” hänvisar till de sidor där den grafritande räknaren hanteras.		*H = Historik* *T = Teori* *Ö = Övningsuppgifter*	

Tabell 3. Strukturell analys av kapitel 2 – Förändringshastigheter och derivator

Härefter följer kapitel tre, ”Kurvor och derivator”, som har följande struktur (se Tabell 4):

Avsnitt	Underrubrik	Karaktär	Räknaren
Vad säger förstaderivatan om grafen? (s. 94-105)	Är grafen fullständig? (s. 94-95)	T	
	Växande och avtagande (s. 96)	T	
	Historik: Svensk matematik blir internationell (s. 97)	H	
	Hur används förstaderivatan vid kurvkonstruktioner? (s. 98-101)	T, Ö	s. 98, 99 & 100
	Skissa grafer (s. 102-103)	T, Ö	s. 103
	Största och minsta värde (s. 104-105)	T, Ö	
Derivator och tillämpningar (s. 106-125)	Polynomfunktioner (s. 106-112)	T, Ö	s. 106 & 107
	Historik: När derivatan kom till Sverige (s. 109)	H	
	Några enkla potensfunktioner (s. 113-115)	T, Ö	s. 113
	Exponentialfunktioner (s. 116-117)	Ö	s. 116
	Grafritande räknare (s. 118-119)	T, Ö	s. 118
	Hemuppgifter (s. 120-122)	Ö	
	Problemlösning (s. 123)	Ö	
	Arbeta utan räknare (s. 124-125)	Ö	
Den fjärde kolumnen ”Räknaren” hänvisar till de sidor där den grafritande räknaren hanteras.		*H = Historik T = Teori Ö = Övningsuppgifter*	

Tabell 4. Strukturell analys av kapitel 3 – Kurvor och derivator

Förändringshastigheter och derivator

Hur får vi tangentens lutning?

Den grafritande räknaren presenteras i samband med *derivata* första gången för att med hjälp av begreppet *lokalt linjär* kunna avläsa koordinater och därmed beräkna en tangents lutning. Detta visualiseras med två stycken bilder föreställande grafritarens fönster. I den första, vänstra bilden, visas grafen för kurvan $f(x) = x^2$ där punkterna $(1,1)$ och $(1{,}038;1{,}019)$ har märkts ut. Till höger om denna bild syns en pil med texten ”Zooma in” och till höger om pilen visas den andra bilden av grafritarens fönster. Den högra bilden visar, även den, grafen för kurvan $f(x) = x^2$ men nu är skalan förstorad ca tre gånger och det horisontella respektive vertikala avståndet mellan de tidigare specificerade punkterna har markerats. I bilden visas metoden för att, utifrån en given punkt, avläsa en, på grafen, närbelägen punkts koordinater och hur dessa koordinater kan användas för att beräkna tangentens lutning, *k*.

Gränsvärden

Under avsnittet ”Gränsvärden” används räknaren för att beräkna uttrycket $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{h^2 + 9} - 3}{h^2}$ numeriskt. Här påpekas det att eftersom räknaren arbetar internt med ett begränsat antal siffror för att representera ett tal uppstår fel vid beräkningar med små värden på *h*.

Grafisk och numerisk derivering

Här presenteras eleven ett tillämpat matematiskt problem där en automatisk dörrs rörelse beskrivs med hjälp av en funktion, $y = 256x \cdot 0{,}5^x$. Uppgiften följer: ”Bestäm $y'(5)$ med räknarens inbyggda funktion för numerisk derivering och tolka detta värde.”

Som lösning till ovan givna uppgift används räknarfunktionen `nDeriv` som är beteckningen för att bestämma derivatan i en punkt. Det påpekas även att det, hos andra räknarmodeller, kan förekomma olika beteckningar på denna funktion. Sedan följer en beskrivning på hur denna räknarfunktion fungerar, vilka värden som skall sättas in och var dessa värden ska sättas in. Under beskrivningen av räknarens funktionalitet förklaras även att denna använder en central differenskvot för att utföra beräkningarna. Avslutningsvis presenteras svaret till den givna uppgiften samt en tolkning av detta.

Kurvor och derivator

Är grafen fullständig?

Det första vi möts av är ett exempel där grafen till funktionen $y = 0{,}2x^3 - 0{,}6x^2 + 0{,}45x$ har visualiserats med hjälp av en grafritande räknare. På sidan presenteras två grafer. Den övre är ritad i ett koordinatsystem med *x*- och *y*-axelns gränser på -10 och 10. Här förs ett resonemang kring att *x*-axeln ser ut att vara en tangent för $x = 1$. I den nedre grafen har man ändrat *x*- och *y*-axelns gränser till -1 till 3 respektive -0,5 till 0,5 vilket medför en inzoomning kring $x = 1$. På detta sätt visas att *x*-axeln inte är en tangent till $x = 1$ och man poängterar därmed att man inte kan vara säker på att räknarens graf är en fullständig grafisk representation av funktionen.

Hur används förstaderivatan vid kurvkonstruktion?

Ett exempel ges som skall ritas i en grafritande räknare, $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x$. Avsikten är att hitta funktionens extrempunkter. Grafen ritas och en bild av räknarens fönster visar att räknarens standardfönster, som angivits vara $-10 \leq x \leq 10$ och $-10 \leq y \leq 10$, inte visar ett tillräckligt stort område. Det ges nu ett förslag på arbetssätt för att med hjälp av förstaderivatan, nollställen, teckenväxlingar och en teckentabell komma fram till funktionens extrempunkter. Extrempunkternas värden används sedan för att avgöra en lämplig skala på räknarens fönster och en ny bild av detta presenteras där vi ser kurvan och dess extrempunkter. Man har även märkt ut koordinaterna för dessa extrempunkter, dessutom har man markerat när kurvan är växande respektive avtagande. På nästa sida följer ett räkneexempel där en liknande uppgift utförs och resultatet kontrolleras med hjälp av en grafritande räknare. Här nämns räknarens funktioner `ZOOM` och `TRACE` samt speciella verktyg (program) som kan användas för bestämning av maximum och minimum, dessa verktyg presenteras ej med namn. Kontrollen har här markerats med ikonen som visar när räknarens skall användas.

Polynomfunktioner

Underrubriken ”Derivator och tillämpningar” inleds med ett exempel där areans storlek förändras med sidornas längdförhållande. Här förs ett resonemang kring hur en taktik bör läggas upp vid problemlösning. Detta sker med hjälp av en fyrstegsmetod där det sista steget, kontrollera, utförs med hjälp av en grafritande räknare. En bild av räknarens fönster visar när den maximala arean uppstår, det vill säga funktionens maximivärde.

Längst ner på denna sida finns en instruerande text som omgivits av en svart ram. Texten häri lyder: ”Uppgifterna i detta avsnitt bör lösas med hjälp av derivata och kontrolleras med grafritande räknare.”

På nästa sida visas ett liknande räkneexempel där den presenterade fyrstegsmetoden utnyttjas och kontrolleras därför återigen med räknarens hjälp.

Några enkla potensfunktioner

Efter ett resonemang, med hjälp av räkneexempel, kring potensfunktionen $f(x) = \frac{1}{x^2}$ och dess avsaknad av nollställen visas funktionen i en grafritande räknares fönster. Här används den visuella representationen för att tydliggöra resonemanget som leder till att introducera begreppet *asymptot* för eleven.

Exponentialfunktioner

Avsnittet inleds med ett tillämpat räkneexempel där man räknar på salthalten i en insjö och hur denna förändras med tiden. Uppgiftens beräknade lösningar har här kompletterats med en bild föreställande funktionens graf inritad i en grafritande räknares fönster. Svaren på de tre deluppgifterna, ”visa med en graf hur salthalten avtar”, ”beräkna och tolka lösningen till olikheten $y(t) < 0{,}9$” och ”beräkna och tolka värdet av $y'(12)$”, har markerats på grafen som motsvarar uppgiftens givna funktion, $y(t) = 0{,}1 + 5{,}8e^{-0{,}083t}$. En notation har angetts vid lösningen till den sista uppgiften där eleven uppmanas att kontrollera värdet med funktionen `nDeriv`.

Grafritande räknare

Även i detta avsnitt möts eleven av ett räkneexempel, här skall man bestämma nollställen och extremvärden till en tredjegradsfunktion, $y = 2x^3 + 3x^2 - 40x - 12$. I uppgiften står även texten ”använd grafritande räknare och svara med två korrekta decimaler”.

Först uppmanas eleven att göra en värdetabell med hjälp av räknarens funktion för att hantera listor. Denna lista skall enligt boken ge en lämplig ”fönsterrektangel” (skala på räknarens fönster och dess koordinatsystem). Det är inte sagt om denna skala anpassas i räknaren automatiskt eller om eleven själv skall mata in lämpliga värden i räknaren.

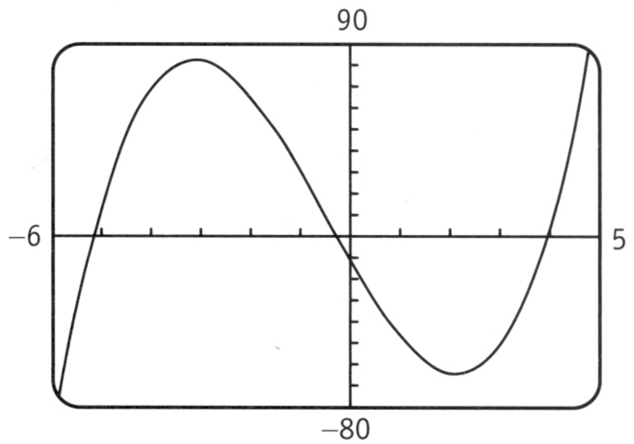


Bild 1. Grafisk framställning av funktionen $y = 2x^3 + 3x^2 - 40x - 12$

Efter att grafen har ritats upp, presenterats med en bild föreställande funktionen inritad på en grafritande räknares fönster (se Bild 1), ges en beskrivning av att man kan, på grafen, se tre nollställen samt lokala maximum och minimum.

Vidare ges två förslag till hur man kan bestämma funktionens nollställen. Det första som presenteras är upprepad användning av `TRACE` och `ZOOM`. Det andra förslaget följer, att använda räknarens inbyggda funktion för ekvationslösning.

Taktiken som presenteras för bestämning av extrempunkternas *x*-koordinater är även här upprepad användning av `TRACE` och `ZOOM`, dessutom påpekas det att räknarens funktion för beräkning av maximum/minimum kan användas.

Sist på sidan diskuteras att en algebraisk lösningsmetod, av ovan givna problem, kan ge exakta lösningar men att dessa föregås av otympliga och besvärliga beräkningar.

I enlighet med avsnittets namn följs exemplet av en sida med totalt 11 stycken övningsuppgifter (varav fem stycken tillämpningsuppgifter) där denna lösningsmetod med en grafritande räknare står i fokus, ett exempel på en sådan uppgift är:

> En persons lungvolym y liter beror enligt en modell av åldern x år på följande sätt:
>
> $y = 110(\ln x - 2)/x,\ x \geq 10$.
>
> Åskådliggör lungvolymen grafiskt för $10 \leq x \leq 70$ samt bestäm den ålder för vilken en persons lungvolym är maximal.

3.2 Pyramid NT

På samma sätt som i Natur och Kulturs bok, Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000), så är även Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) uppdelad i åtta kapitel varav de fyra första är avsedda att användas i samband med kurs C och de fyra sista är anpassade för kurs D.

De fyra kapitlen tar upp vardera ett övergripande begrepp, *algebra*, *funktioner*, *derivata* och sist *potenser och logaritmer* som även innefattar *talföljder*.

Den grafritande räknaren presenteras i förordet som ett ”viktigt hjälpmedel” och det poängteras att den kommer att utnyttjas genomgående i boken.

Det finns, i förordet, ingen information om vilken notation som kommer att användas för att uppmärksamma eleven på att den grafritande räknaren behandlas. Denna notation framgår dock i bokens löpande instruktioner då räknaren visualiseras med hjälp av en avbild föreställande räknarens fönster.

I bokens förord anges att det i avsnittet ”Arbeta med grafräknare” finns tips för ”intresserade elever”.

Med detta avsnitt avser boken att ge förslag till hur eleven kan arbeta med sin räknare på ett ”funktionellt och bra” sätt.

Boken använder generella funktioner som är gemensamma för olika typer av grafritande räknare. Det påpekas även att eleven förväntas ha vana av att använda räknaren och dess grundläggande funktioner. Eleven hänvisas även till den aktuella räknarens handbok om hon skulle vara osäker på de steg som boken utelämnat.

Avslutningsvis påpekas det att de bilder av räknarens display som används är tagna från räknarmodellen TI 83.

Textens struktur

För att analysera hur den grafritande räknaren framställs i samband med begreppet *derivata* tittar vi närmare på kapitlet, ”Från förändring till derivata”. Kapitlet är uppdelat enligt följande struktur (se Tabell 5):

Avsnitt	Underrubrik	Karaktär	Räknaren
Från förändring till derivata (s.80-137)	Ändringskvot (s. 82-89)	T, Ö	
	Derivata (s. 90-95)	T, Ö	
	Beräkning av derivator (s. 96-104)	T, Ö	
	Derivator i verkligheten (s. 105-109)	T, Ö	
	Numerisk derivering (s. 110-114)	T, Ö	
	Växande och avtagande (s. 114-117)	T, Ö	s. 116
	Maximum och minimum (s. 118-127)	T, Ö	s. 119, 121, 122 & 124
	Fyra historiska problem (s. 127-129)	H, Ö	
	Konsten at lösa problem (s. 130-132)	Ö	
	Sammanfattning (s. 133-134)	T	
	Blandade uppgifter (s. 135-137)	Ö	
Den fjärde kolumnen ”Räknaren” hänvisar till de sidor där den grafritande räknaren hanteras.		*H = Historik T = Teori Ö = Övningsuppgifter*	

Tabell 5. Strukturell analys av kapitel 3 – Från förändring till derivata

Även det fördjupningsavsnitt i bokens avslutande del som heter ”Arbeta med grafräknare” kommer att analyseras. Detta avsnitt följer bokens kapitelstruktur och utvalda delar av kapitlens underrubriker. Här behandlas därmed fler begrepp än *derivata*. De avsnitt i kapitlet, ”Från förändring till derivata”, som behandlas under ”Arbeta med grafräknare” har markerats med grått i tabellen ovan (se Tabell 5).

Avsnittet ”Arbeta med grafräknare” hänvisar kontinuerligt till övningar och exempel som ges under kapitlet ”Från förändring till derivata”. Vi kommer att följa det senare kapitlets struktur för vår analys då denna täcker in även det förstnämnda avsnittets delar.

Första gången kapitlet ”Från förändring till derivata” ger exempel på hur den grafritande räknaren kan användas är under avsnittet ”Växande och avtagande” i detta fall ges inga motsvarande förslag till arbetssätt under avsnittet ”Arbeta med grafräknare”. Under avsnittet ”Maximum och minimum” behandlas däremot räknaren under båda dessa delar och analysen av detta område sker därför parallellt. I de övriga avsnitten utgår analysen ifrån ”Arbeta med grafräknare” då kapitlet ”Från förändring till derivata” i övrigt saknar exempel på hur räknaren kan användas.

Ändringskvot

Eleven hänvisas till ett exempel som givits under kapitlet ”Från förändring till derivata” där ändringskvoten skall bestämmas för en given funktion. Här visas hur den grafritande räknarens funktionshanterare kan utnyttjas för insättning av värden i den givna funktionen och därmed beräkna den eftersökta ändringskvoten. För att visa hur detta kan matas in i räknaren illustreras exemplet med en avbild av en räknares fönster. Till bilden hör en instruerande text som hänvisar till en tidigare del i detta avsnitt som visar hur man går tillväga för att utnyttja räknarens funktionshanterare.

Härefter följer en instruktion över hur räknaren kan användas för att beräkna ändringskvoter i små intervall. För att beräkna dessa ändringskvoter används räknarens listeditor och fyra värden matas in i en lista, 0,01, 0,001, 0,0001 och 0,00001. Denna inmatningsprocedur och dess olika steg beskrivs grundligt.

Ändringskvoten kan nu beräknas med hjälp av räknarens funktionshanterare och listeditor och inmatningen beskrivs genom en avbild av räknarens fönster. Resultatet som returneras består av fyra separata värden och eleven uppmanas jämföra dessa värden med vad som presenterats då exemplet gavs vid motsvarande avsnitt under kapitlet ”Från förändring till derivata”.

De fyra givna resultaten kan nu sparas i en av räknarens listor genom att utnyttja räknarens funktion för lagring. De lagrade värdena kan sedan läsas av i listeditorn. Vidare resonemang kring dessa värden ges ej under detta avsnitt.

Derivata

Även här utnyttjas ett tidigare, i boken, givet exempel. Exemplet som behandlas utgår ifrån derivatans geometriska tolkning där en sekant går genom punkterna *P* och *Q* i en funktion. Då *Q* närmar sig *P* kan en riktningskoefficient på linjen som skär *P* och *Q* beräknas, denna riktning närmar sig den riktningen som funktionen har i punkten *P*.

Boken säger här att ”Nu ska vi på ett lite fiffigt sätt rita sekanterna och få en beräkning av riktingskoefficienten när *Q* närmar sig *P*”.

Funktionen, $y = 0{,}5x^2 - x - 1$, matas in i räknarens funktionshanterare. Med hjälp av funktionen vill man nu titta på vad som händer med riktningskoefficienten i en punkt, *P*, när en sekant (till funktionen) vars högra punkt, *Q*, närmar sig *P*. För att komplettera texten visas en avbild av en räknares fönster där den givna funktionen är inritad och punkten *P* är inringad.

Nästa steg i operationen är att, i räknaren, rita in fyra sekanter till funktionen vars högra punkter placeras med, i *x*-led diskreta steg om 1, varierande avstånd från *P*. Sekanternas vänstra punkt är alltid gemensam med *P*. För att beräkna dessa sekanters riktningskoefficienter hänvisas eleven till ett tidigare givet kapitel som behandlar räta linjens ekvation. Här repeteras informationen som nu behövs för operationen, hur riktningskoefficienten för en rät linje kan beräknas. Nu utnyttjas den metod som presenterades under avsnittet ”Ändringskvot” där man med hjälp av räknarens listfunktion beräknar flera ändringskvoter samtidigt. Denna operation visualiseras med en avbild av räknarens fönster och den inmatning som utförs.

I räknarens funktionshanterare görs nu en inmatning där listan innehållande riktningskoefficienterna utnyttjas för att rita samtliga sekanter. Eleven uppmanas att sänka räknarens beräkningsupplösning till, steg i *x*-led om, 5. Detta är troligtvis för att öka beräkningshastigheten då processen är tung för räknaren (vår tolkning).

Återigen visas en avbild, nu är alla sekanter och funktionen är inritade. En förklarande text poängterar vilka sekanternas högra skärningspunkters x-koordinater är.

Efter att ha visat de fyra sekanternas grafiskt och därmed illustrerat deras riktning återvänder man till listeditorn och påvisar att man där kan avläsa riktningskoefficienten för varje sekant. Listeditorn och dess listor visas med en avbild av räknarens fönster.

Nu uppmanas eleven att föra in egna linjer vars högra skärningspunkt ligger närmare *P* än de i exemplet givna. Två avbilder av räknarens fönster visas, ett med de nya värdena inmatade i listeditorn samt ett med funktionen och de nya sekanterna visualiserade i en graf. Här tydliggörs att sekanterna närmar sig funktionens riktning i punkten *P*.

Beräkning av derivator

Räknaren har en funktion, `Tangent`, för att beräkna tangenten i en punkt numeriskt och sedan åskådliggöra denna grafiskt. Boken visar hur denna inmatning skall utföras. Som utgångspunkt används samma funktion, $y = 0{,}5x^2 - x - 1$, som i föregående avsnitt.

Detta visas genom en avbild av räknarens fönster där funktionen och en tangent är visualiserade. Tangentens ekvation visas också i räknarens fönsters nedre vänstra hörn. Tangenten har beräknats i punkten $x = 2$ och detta poängteras både i texten och i räknarens fönster.

Avslutningsvis uppmanas eleven att kontrollera den, av räknaren, numeriskt beräknade tangentens ekvation genom att utföra beräkningen algebraiskt.

Numerisk derivering

Här påpekas det att räknaren har en funktion för att utföra numeriska beräkningar av derivata som, till skillnad från beräkningarna i tidigare avsnitt, använder sig av en symmetrisk ändringskvot. Fördelen med att använda en symmetrisk ändringskvot påstås vara att den ”oftast” ger ett bättre närmevärde.

Eleven hänvisas till ett exempel i boken där man utfört symmetriska beräkningar av derivatan i en punkt där räknaren enbart används för aritmetiska operationer. Dessa värden förs nu in i räknarens listeditor enligt samma tillvägagångssätt som använts under tidigare avsnitt. Här visas en bild på räknarens fönster som visar inmatningen.

I räknarens funktionshanterare matas den givna funktionen nu in som funktion nummer ett, `Y1`. Som funktion nummer två, `Y2`, vill man nu mata in derivatan till `Y1` och utför detta genom att utnyttja räknarens funktion för derivering, `nDeriv`. Först ges en utförlig beskrivning av hur man från funktionshanteraren kommer åt funktionen `nDeriv`. Sedan visas två bilder av räknarens fönster som ytterligare beskriver inmatningen.

Nu ritas funktionen i räknarens grafritare tillsammans med den numeriskt beräknade derivatan. Eleven uppmanas använda `Trace` för att spåra derivatans sökta värde.

Växande och avtagande

Här frågar man sig för vilka värden funktionen, $f(x) = x^2 - 4x$, är strängt växande respektive strängt avtagande. För att kontrollera beräkningarna av detta uppmanas eleven att, med sin grafritande räknare, rita grafen till funktionen. Denna kontroll visas med en avbild av räknarens fönster.

Maximum och minimum

På samma sätt som i det föregående avsnittet används räknaren inledningsvis, i det första exemplet, för grafisk kontroll av beräkningar kring lokala maximi- och minimivärden. Denna kontroll har också här visualiserats med en bild av räknarens fönster där den aktuella funktionen har ritats och ett lokalt maximum har märkts ut.

Vid nästa exempel vill man introducera begreppet *terrasspunkt* och räknaren används här för att grafiskt illustrera en funktion med en sådan punkt.

Första gången boken utnyttjar våra berörda avsnitt parallellt är vid en introduktion av begreppen *globalt maximum* och *minimum*. Här ges det ett räkneexempel där en tredjegradsfunktion, $f(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x + 1$ för $-3 \le x \le 5$, deriveras. Derivatans nollställen beräknas och funktionens värde undersöks i de två, av derivatan givna, extrempunkterna samt i funktionens start- och ändpunkt.

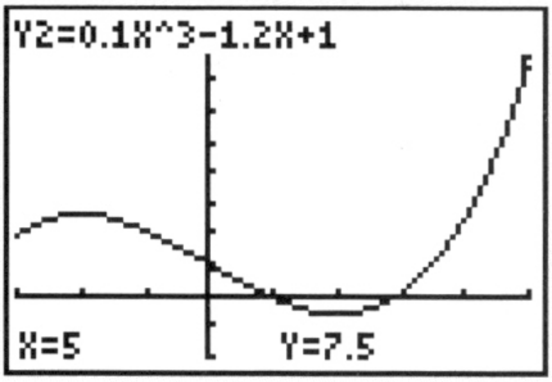


Bild 2. Grafisk framställning av funktionen $f(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x + 1$

Här används en avbild av räknarens fönster för att visa funktionen grafiskt (se Bild 2). Längst ned på sidan inleds texten:

> En grafritande räknare är ett snabbt och effektivt hjälpmedel för att hitta nollställen, lokala maxima och minima samt största och minsta värdet till en funktion. Metoden ger i regel inte exakta värden utan närmevärden med god precision. I tillämpningar är detta tillräckligt.

Ovan givna exempel används även under avsnittet ”Att arbeta med grafräknare”. Eleven förutsätts nu ha matat in den givna funktionen i räknarens funktionshanterare då texten utgår från att grafen redan är ritad på skärmen.

Här ges nu beskrivning av hur den globala *minimipunkten* kan beräknas med hjälp av räknarens funktion `minimum`. Det påpekas även att resultatet av denna undersökning kan påverkas av räknarens fönsterinställningar och vilket värde, för *minimipunkten*, användaren har uppskattat vid inmatningen.

Vidare förs ett resonemang kring att *maximipunkten* ej behöver undersökas då denna visat sig vara funktionens högra ändpunkt.

I nästa exempel som ges utanför ”Att arbeta med grafräknare” skall man bestämma det minsta värdet till en sjättegradsfunktion vars derivata följaktligen blir en femtegradsfunktion. Här belyser man därmed nyttan av att lösa *maximi-* och *minimipunkter* numeriskt då ingen formel finns för att lösa ut nollställen till ekvationer av högre grad än fyra.

Avslutningsvis under avsnittet ”Maximum och minimum” ges två exempel där *maximi-* och *minimipunkter* tolkas ur tillämpat perspektiv. I det andra av dessa exempel uppmanar man till diskussion kring en avbild av räknarens fönster där två funktioner ritats. Dessa funktioner representerar verkan hos två olika läkemedel och frågorna som boken ställer kan lösas genom att tolka funktionernas grafiska representation.

4. Diskussion och slutsatser

Målet med vår undersökning är att söka svar på hur läroböcker i gymnasiets matematikkurs C presenterar den grafritande räknaren i samband med begreppet derivata och dess tillämpningar. Dessutom vill vi undersöka dessa läroböckers förhållande till räknaren som ett medierande redskap. Genom en textanalys har vi beskrivit två läroböcker för att besvara våra frågeställningar. Återigen vill vi poängtera att mer generella slutsatser kring hur läroböcker i allmänhet ger svar på dessa frågeställningar kräver en mer omfattande läroboksundersökning. Som inledning till detta avsnitt, ställer vi oss frågan: Vilka är dessa böckers utmärkande drag och på vilka sätt skiljer de sig åt?

Båda böckerna har på ett tydligt sätt satisfierat kursplanens mål om att eleven skall ha kännedom om hur grafritande räknare kan användas i matematiken (Skolverket, 2000). Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) har valt att presentera räknaren kontinuerligt i samband med introduktioner till nya avsnitt. Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) har dock lyft ut den största delen av arbetet med den grafritande räknaren till ett specifikt avsatt kapitel i bokens appendix som enligt förordet ger ”extra tips för intresserade elever”. Vi har tidigare i texten påpekat att Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) valdes utifrån en tydlig prägel av att vara anpassad för arbete med en grafritande räknare, denna prägel tydliggjordes dock först under fördjupningsavsnittet i slutet av boken.

En skillnad mellan böckerna är den att Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) valt att visualisera räknarens fönster med en grafisk representation (se Bild 1, **s. 25**) medan Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) visualiserar samma sak med hjälp av en bild som visar en räknares fönster (se Bild 2, s. 33). I Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) känner alltså eleven igen sig och har därmed möjlighet att jämföra sin egen räknares fönster med bokens, pixel för pixel. Detta förutsatt att elevens räknare är av liknande modell som den boken använder.

4.1 Läroboken och räknaren som medierande redskap

Läroboken är, genom en externalisering av matematisk kunskap, en källa för information. Den riktar sig till eleven, för att denne skall, genom en internalisering,

tillförskaffa sig den matematiska kunskap som boken förmedlar. Läroboken är därmed ett medierande redskap för förmedling av matematisk kunskap. Ett annat medierande redskap som boken, i sin tur, presenterar är den grafritande räknaren som, även den, är en externalisering av matematiska kunskaper.
För att illustrera detta återvänder vi till figur 1 (s. 10). Subjektet, eleven, närmar sig objektet, som här representeras av det matematiska begreppet derivata, genom att använda sig av de medierande redskap som boken presenterar, däribland den grafritande räknaren. Framställningen av räknaren påverkar därmed på vilket sätt eleven utnyttjar denna som ett hjälpmedel i lärandeprocessen.

Säljö (2005) pekade på att räknaren är intressant som artefakt av tre anledningar. Två av dessa har vi valt att kommentera, dess intuitiva gränssnitt samt dess bidrag till ett lekfullt förhållningssätt till matematiken. Vi utelämnar diskussionen kring hur den grafritande räknaren utmanar en traditionell undervisning. Detta gör vi inte för att vi anser det vara ointressant men för att föra denna diskussion måste vi först definiera traditionell undervisning. Dessutom måste vi föra ett resonemang kring olika teoriers tolkning av traditionell undervisning samt diskutera dessa teorier utifrån ett relevant resultat. Detta ser vi som en undersökning i sig och kan vara upplägg för vidare forskning.

I förordet till Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) kan vi läsa att avsnittet där arbete med den grafritande räknaren fördjupas skall hjälpa eleven att hantera sin räknare på ett ”*funktionellt* och *bra* sätt” (Wallin m.fl., 2001, vår kursiv). För att beskriva en arbetsmetod där en riktningskoefficient skall beräknas läser vi i samma bok ”Nu ska vi på ett lite *fiffigt* sätt rita sekanterna…” (ibid., vår kursiv). Räknaren presenteras i Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) som en artefakt med näst intill magiska egenskaper. Det vi vill belysa här är det lättsamma språk som boken använder och den lekfullhet som ett lättsamt språk uppmuntrar. Bergqvist (1999) påpekade att de elever han observerat uppfattade problemlösning med en grafritande räknare som intressant och spännande, vi tror att det är samma typer av känslor som Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) vill väcka hos eleverna genom att använda ord som funktionellt, bra och fiffigt. I Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) används inte samma typ av känsloladdade uttryck för att beskriva arbete med räknaren, vi kan därmed inte, i boken, identifiera det lekfulla förhållningssätt som Säljö (2005) talar om.

Böckerna litar till olika grad på räknarens intuitiva gränssnitt. Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) har i sitt avsnitt ”Arbeta med grafritande räknare” ett nästan manualliknande sätt att beskriva inmatningar i räknaren. Detta förhållningssätt till förståelse av räknarens gränssnitt förstärks dessutom av att eleven hänvisas till räknarens handbok om boken har utelämnat något steg i inmatningsförfarandet. Detta pekar mot att Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001), i sin beskrivning av arbetssätt, vill utelämna alla möjligheter till missförstånd. I Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) ser detta annorlunda ut då dess framställning av räknaren och inmatningsförfarandet är mer abstrakt. I förordet anges det att de ikoner föreställande en grafritande räknare betyder att eleven kan behöva instruktioner i arbetet med räknaren. Detta förutsätter att eleven har tillgång till handledning. Denna handledning kan te sig i form av t.ex. en lärare eller elevens egna förkunskaper men vi tror även att räknarens gränssnitt kan besitta några av dessa handledande egenskaper.

4.2 Artefakten i tillämpade räkneexempel

För att förstå artefaktens betydelse menar Hundeide (2006) att man måste undersöka vilken underförstådd rationalitet och logik som bruket av denna medför. Vi har därför valt att se på två typexempel, en från vardera bok, som hanterar begreppet derivata i en verklighetsanknuten kontext. Vi vill alltså undersöka den underförstådda rationalitet och logik som lösning av dessa uppgifter, med hjälp av en räknare, medför.

I Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) ställs eleven inför ett problem där en persons lungvolym beror på åldern (se sid. 25). Eleven skall, för att lösa uppgiften, rita grafen till funktionen i sin räknare och tolka den graf som ritats. För att göra detta krävs det att eleven förstår den verklighetsanknytning som uppgiften hänvisar till. Eleven måste vidare rationalisera kring vad som visas på räknaren och utifrån detta tolka vad som ritats. Att inte tänka rationellt och tolka uppgiften i dess tillämpade kontext kan innebära att eleven ritar upp och läser av en graf som visar en persons lungvolym vid t.ex. -20 år, en orimlig och overklig ålder.

Ett liknande exempel från Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) är den där en gymnast hoppar på en studsmatta (se Bilaga 2). Här skall eleven på samma sätt som ovan rita en graf och tolka dess maximala värde inom ett givet intervall. Lösning av denna uppgift, med hjälp av en räknare, innebär, även här, vissa logiska ställningstaganden vid tolkningen av grafen. En gymnast befinner sig, troligtvis, inte 15 meter under studsmattan efter 3 sekunder vilket kan utläsas ur grafen om man ej tar hänsyn till det givna intervallet.

Användandet av en grafritande räknare visar i båda fallen att logiska resonemang och rationaliserande kan leda till nya frågor hos eleven avseende funktionella representationer av verklighetsanknutna händelser. Vid ett traditionellt arbetssätt med papper och penna kan man tänka sig att eleven löser ovan givna uppgifter genom att rita funktionerna inom deras givna intervall och utelämnar det som ej skall undersökas. Räknaren begränsar sig inte på detta sätt utan ritar funktionen inom hela det intervall som är synligt för användaren. Eleven kommer nu att förhålla sig till vad som sker med funktionen även utanför det givna intervallet. En tänkbar följdfråga hos eleven kan vara huruvida det finns matematiska funktioner som beskriver den undersökta händelsen på ett bättre sätt.

4.3 Elevprofiler

Guin och Trouche (1998) visade hur eleven, utifrån sina egna förkunskaper, och räknaren, med sin potential och sina begränsningar, genomgår en instrumentell skapelse (se Figur 2, s. 12). Först efter detta skapande blir räknaren ett hjälpmedel, ett instrument för lärande.

Innan vi går vidare vill vi belysa en av de fem elevprofiler som Guin och Trouche (1998) identifierat (se Tabell 1, s. 13), den slumpmässiga. Det är svårt att anpassa ett läromedel för denna elevprofil då den inte karakteriseras av något tydligt val av arbetssätt. Vi har därför valt att koncentrera oss på de övriga fyra profilerna vid granskning av vårt resultat.

Vi har tidigare diskuterat den framställning Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) ger av ett räknarbaserat arbete. Här uppmuntras, i enlighet med Guin och Trouches (1998) mekaniska elevprofil, en tillförlitlighet till räknaren som grundar sig i en utförlig beskrivning av räknarbaserade lösningsmetoder och dess inmatningar. Dessa utförliga beskrivningar lämnar inte mycket utrymme för, hos eleven, eget initiativtagande. Detta blir extra tydligt då boken hänvisar till räknarens handbok vid eventuella frågor.

Det tydligaste exemplet från vår analys av Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) som bryter mot detta mekaniska förhållningssätt syns under avsnittet ”Beräkning av derivator” där eleven uppmanas att, algebraiskt, kontrollera räknarens resultat. Detta exempel grundar sig i ett resursutnyttjande förhållningssätt där alla tillgängliga informationskällor utnyttjas. Boken riktar sig alltså mot den rationella och teoretiska profilen där eleven förlitar sig, främst, på det algebraiska resultatet.

Ett vanligare förhållningssätt är det då eleven uppmanas att kontrollera sina beräkningar med räknarens hjälp, ett förhållningssätt som främst riktar sig mot den mekaniska eller resursutnyttjande elevprofilen. Detta är något vi, förutom i Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001), även identifierat i Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000).

Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) bär inte samma tydliga prägel av att vara riktad mot en viss elevprofil. Under avsnittet ”Gränsvärden” för boken ett resonemang kring hur räknarens begränsningar kan bidra till fel vid beräkningar. Här uppmanas eleven till ett rationellt och teoretiskt förhållningssätt då boken belyser en av räknarens begränsningar, eleven måste därmed grunda sina resonemang på annat än räknarens numeriska resultat. Exempel som visar hur boken uppmuntrar den rationella och teoretiska eleven återkommer vid flera tillfällen då eleven uppmanas att tolka ett resultat framtaget med hjälp av en räknare. Att tolka detta resultat innebär, för eleven, ett resonemang baserat på teoretiska förkunskaper kring det matematiska begreppet som berörts.

Ett annat intressant exempel från boken är det då man, under avsnittet ”Grafritande räknare”, påpekar att en algebraisk lösningsmetod förvisso kan ge en exakt lösning men att eleven, med räknarens hjälp, slipper otympliga och besvärliga beräkningar. Detta riktar sig inte mot någon specifik elevprofil men de olika profilerna kan tänkas uppfatta uttalandet på olika sätt. Den rationella eller teoretiska eleven kan tänkas se detta dels som en utmaning där de otympliga och besvärliga beräkningarna skall övervinnas och dels som en uppmaning till att i större utsträckning lita till räknarens resultat. Den mekaniska elevprofilen präglas, däremot, redan av en tillförlitlighet till räknaren, därmed kan detta resultera i en ovilja att närma sig andra lösningsmetoder.

Det finns alltså flera exempel på hur Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) riktar sig till och uppmuntrar ett rationellt och teoretiskt förhållningssätt till räknarbaserat arbete men som vi tidigare visat uppmanas eleven, även i Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000), till att, vid flera tillfällen, med räknarens hjälp kontrollera sina resultat. Exempel på detta är då eleven uppmuntras till en upprepad användning av räknarfunktionerna `ZOOM` och `TRACE` för denna kontroll. Detta riktar sig inte i första hand till den mekaniska elevprofilen då denne, i extremfallet, inte utför sina beräkningar på andra sätt än med hjälp av sin räknare. Vi tolkar det snarare som en uppmaning till att anamma ett mer mekaniskt förhållningssätt till de elever som inte känner samma tillit till räknaren.

4.4 Räknarens roll

För att förstå elevernas varierande förhållningssätt till räknarbaserat arbete klassificerades eleverna i fem olika profiler (Guin & Trouche, 1998) utifrån deras karakteristiska drag. Doerr och Zangor (2000) presenterade istället fem olika roller som räknaren antar i matematikundervisningen och ordnade dessa utifrån elevernas handlande vid räknarbaserat arbete (se Tabell 2, s. 14). Alla dessa roller går att identifiera i läroböckerna. Räknaren som ett beräkningsverktyg är något som allt ifrån den slumpmässiga till den teoretiska elevprofilen (Guin & Trouche, 1998) kan tänkas använda sig av vid allt matematiskt arbete. De flesta räkneövningar givna i böckerna kräver i någon grad ett aritmetiskt beräkningsarbete som kan utföras snabbt och effektivt på räknaren. Vi tror att även den teoretiska profilen använder räknaren till detta ändamål. Transformationsverktyget representeras inte lika tydligt. I Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) finns dock beskrivningar av arbetssätt där räknarens listfunktioner tillsammans med grafritande funktioner utnyttjas för att beräkna allmänna förändringshastigheter. Här översätts ett traditionellt arbetssätt där beräkningar sker i enstaka punkter till en allmän lösningsmetod där räknaren stegar sig igenom alla (diskreta) punkter på en funktion. Ingen av böckerna använder sig, på ett utmärkande sätt, av räknaren för datasamlande och analys. Förvisso används listfunktionerna i Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) men detta införs främst för transformationsändamål och för att visualisera en förändringshastighet.

Räknaren som visualiseringsverktyget är den roll som är mest uttalad i böckerna och utnyttjas frekvent genom de analyserade avsnitten för att på olika sätt illustrera förändringshastigheter och derivator. Ett tydligt exempel från Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) ges under avsnittet ”Är grafen fullständig” där en funktion visualiserats med en bild av grafritarens fönster och eleven skall utifrån denna följa ett resonemang kring hur räknarens fönster kan vara ofullständigt och därmed presentera missvisande resultat. Ett annat exempel som visar hur boken använder räknaren som visualiseringsverktyg är ett tillämpat räkneexempel under avsnittet ”Exponentialfunktioner”. Här visas en funktions graf där svaren på uppgiftens frågor markerats. På detta sätt kan eleven, utifrån visualiseringen, få tips till hur man kan tolka en funktion grafiskt. Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) innehåller likartade exempel. Under avsnittet ”Maximum och minimum” har man visualiserat en funktion för att, på denna, märka ut funktionens största och minsta värde. Som i föregående exempel, från Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000), används visualiseringen för att ge förslag till hur eleven kan tolka en grafisk representation av en funktion.

Avslutningsvis menade Doerr och Zangor (2000) att räknaren kan tolkas som ett verktyg för verifiering genom bekräftelse av troliggjorda bevis samt tolkning av likheter mellan olika matematiska representationer. Som vi redan påpekat används räknaren kontinuerligt genom böckerna som ett hjälpmedel för kontroll där eleven på olika sätt uppmanas att ifrågasätta sina, traditionellt framtagna, resultat med hjälp av räknarens möjligheter att visa grafiska representationer.

4.5 Slutsatser och didaktiska konsekvenser

Den övergripande frågeställningen vi hade för vår undersökning var: På vilka sätt presenterar två läroböcker i gymnasiets matematikkurs C den grafritande räknaren i samband med begreppet derivata och dess tillämpningar? Detta har vi besvarat genom vår textanalys och resultatet sammanfattas och fördjupas under diskussionen. Detta har gett oss en insyn i hur läroböcker kan tänkas hantera ett matematiskt begrepp och på vilket de använder sig av en artefakt som ett medierande redskap.

Följdfrågan vi ställde oss för att tolka svaret på den övergripande frågeställningen var, hur förhåller sig läroböckernas texter och dess räkneövningar till den grafritande räknaren som ett medierande redskap? Svaret på detta ges genom diskussionen där vi ställt den teori som presenterats, kring artefakter och medierande redskap samt elevprofiler och räknarens roll i lärandet, mot det resultat som textanalysen gav.

Införandet av en grafritande räknare har påverkat matematikundervisningen på flera sätt. Säljö (2005) påpekade att räknaren utmanar den traditionella undervisningen och Dahland (1993) menade att införandet av räknare har revolutionerat matematiskt beräkningsarbete. Detta blev extra tydligt då räknaren antar rollen som visualiseringsverktyg där traditionella arbetssätt med ” papper och penna” utmanas av den grafritande räknaren. Denna typ av utveckling är något vi tror kommer att ske i accelererande fart och vi, som lärare, måste därmed vara förberedda på att ställas inför de utmaningar denna utveckling kan tänkas resultera i. Den undervisning vi, som nya lärare, representerar kommer troligtvis, även den, att uppfattas som traditionell och, med tiden, utmanas av ny teknik och nya undervisningsmetoder. Detta är något vi måste vara medvetna om och hålla ett öppet sinne inför i vår kommande yrkesroll.

Vi tror att de elevprofiler som Guin och Trouche (1998) presenterade kan uppfattas som en hierarki. Detta är något vi själva erfarit utifrån våra egna fördomar och de erfarenheter vi bär med oss från skolvärlden, där den teoretiska eleven står som ”herre på täppan” med sin förmåga att koppla till matematiska referenser. Vi anser dock att ett modernt informationssamhälle ställer nya krav på eleverna där den resursutnyttjande eleven har en fördel i och med sitt utnyttjande av alla möjliga arbetsmetoder. Vi menar att den teoretiska elevprofilen kan tänkas ha en konservativ och oföränderlig syn på matematik och därmed handikappas i förhållande till en resursutnyttjande elev som inte känner samma osäkerhet inför att utnyttja alla tillgängliga resurser. Utifrån detta tror vi att läraren bör uppmuntra eleverna till ett resursutnyttjande arbetssätt då denna elevprofil är bäst lämpad för att möta ett samhälle där medborgarna förväntas ha tillgång till och även färdigheter i att kritiskt tolka alla tillgängliga informationskällor. Detta ställer självklart också krav på läraren. En konservativ lärare med ett förhållningssätt till matematiken som liknar och uppmuntrar främst den teoretiska elevprofilen kan tänkas bli en bromsande kraft i den utveckling som vi beskrivit ovan.

Vi har utifrån egna erfarenheter, i matematikkurs A, noterat hur räknaren kan anta en diffus roll som blir svårtolkad för både lärare och elever. Vi vill här lyfta fram de elevprofiler Guin och Trouche (1998) identifierat och vidare även de roller Doerr och Zangor (2000) menade att räknaren antar vid interaktion med eleven. Vi har, i vår undersökning, lagt fokus på introducerandet av derivata i matematikkurs C men dessa elev- och räknarkategoriseringar kan, med fördel, även användas för att tolka räknarens betydelse inom annan matematikundervisning (t.ex. gymnasiets tidigare matematikkurser A och B) där räknaren inte har lika framstående roll. Läraren måste alltså ta hänsyn till både de elevprofiler som finns i ett klassrum och de roller räknaren kan anta för att bedriva en målinriktad undervisning där räknaren blir ett medierande redskap som hjälper eleven i sin begreppsuppfattning.

För att öka elevens möjligheter till lärande genom interaktion med en grafritande räknare anser vi att det är en fördel om läraren känner sig trygg med räknaren som ett matematiskt hjälpmedel. Detta framgick extra tydligt i Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) där det, i förordet, påpekades att eleven kan behöva bli instruerad vid vissa avsnitt där räknaren behandlas. Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) var mer handboksliknande i sin framställning men detta betyder inte att lärarens roll saknar betydelse. Här bör läraren komplettera boken med en ifrågasättande attityd till räknarens betydelse. Böckerna ställer alltså, mer eller mindre uttalade, krav på läraren och det ligger på lärarens ansvar att förstå den inverkan lärobokens framställning av räknaren har på elevens lärandeprocess.

Slutligen vill vi lyfta fram att även lärobokens framställning av det medierande redskap som räknaren utgör påverkar elevens förhållningssätt till matematik. Vi visade att Matematik 3000 (Björk & Brolin, 2000) inte bar samma tydliga prägel av att uppmuntra en specifik elevprofil som Pyramid NT (Wallin m.fl., 2001) gjorde. Betydelsen av detta kan vara uppslag för en annan studie där man undersöker vilken eller vilka av elevprofilerna som eleverna bör uppmuntras till att anta och hur en lärobok kan utformas utifrån detta.

Förhoppningsvis bidrar vårt arbete till att skapa en bättre förståelse för de olika sätt läroböcker förhåller sig till den grafritande räknaren.

Avslutning

Vi vill tacka vår handledare Eva Davidsson som bidragit med goda råd och en bra planering av höstens möten. Även Gleerups, Liber och Natur & Kultur bör nämnas då de generöst bidragit med de läroböcker som använts under vår textanalys.

Källförteckning

Bergqvist, Tomas (1999). Gymnasieelever undersöker ett matematiskt begrepp med grafräknare. I Wedege, Tine (red.), *Kompendium till kursen Didaktisk forskning inom matematik: Höstterminen 2006.* Malmö: Lärarutbildningen NMS.

Björk, Lars-Eric & Brolin, Hans (2000). *Matematik 3000. Kurs C och D lärobok. Naturvetenskap och teknik.* Stockholm: Natur och Kultur.

Dahland, Göte (1993). *Datorstöd i matematikundervisningen.* Rapport nr 1993:08. Institutionen för pedagogik. Göteborgs universitet.

Doerr, Helen M. & Zangor, Roxana (2000). *Creating meaning for and with the Graphing calculator.* Educational Studies in Mathematics 41(2): 143-163. Kluwer.

Guin, Dominique. (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators*. Springer Science+Business Media Inc.

Guin, Dominique & Trouche, Luc (1998). *The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments: The Case of Calculators.* International Journal of Computers for Mathematical Learning 3(3): 195-227. Kluwer.

Hellspong, Lennart (2001). *Metoder för brukstextanalys.* Lund: Studentlitteratur.

Hundeide, Karsten (2006). *Sociokulturella ramar för barns utveckling – Barns livsvärldar.* Lund: Studentlitteratur

Johansson, Bo & Svedner, Per Olof (2000). *Examensarbetet i lärarutbildningen.* Uppsala: Kunskapsföretaget.

Kroksmark, Tomas (red.) (2003). *Den tidlösa pedagogiken.* Lund: Studentlitteratur.

Skolverket (2000). *Naturvetenskapsprogrammet: Programmål, kursplaner, betygskriterier och kommentarer*. Stockholm: Skolverket och Fritzes.

Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv.* Stockholm: Prisma.

Säljö, Roger (2005). *Lärande och kulturella redskap: om lärprocessen och det kollektiva minnet.* Stockholm: Nordstedts akademiska förlag.

Wallin, Hans, Lithner, Johan, Wiklund, Staffan & Jacobsson, Sven (2001). *Liber Pyramid. Gymnasiematematik för NV och TE, kurs C och D*. Stockholm: Liber.

Bilagor

Bilaga 1 – Stödfrågor för textanalysen

1. Vad är bokens utmärkande drag? En övergripande strukturell och funktionell analys
    a. En kort beskrivning av kapitelstrukturen
    b. En sammanfattning av hur den grafritande räknaren presenteras i bokens förord
    c. Vad, i form av förkunskaper kring användning av räknaren, förutsätter boken att läsaren har?
    d. På vilka sätt tydliggör texten att en räknare behandlas?
    e. Finns det speciella avsnitt för övningsuppgifter där räknaren står i centrum?
2. Vilken är den berörda textens disposition?
3. Hur ser den berörda textens innehåll ut? En beskrivning av vad bokens läsare möter
    a. En genomgång av de olika avsnitt som berör den grafritande räknaren

Bilaga 2 – Räkneexempel från Pyramid NT

En gymnast hoppar på en studsmatta. Den höjd över studsmattan som gymnasten befinner sig på är en funktion av tiden t sekunder efter upphoppet. För höjden $S(t)$ meter gäller

$S(t) = 9{,}8t - 4{,}9t^2$ för $0 \leq t \leq 2$

Beräkna den största höjd gymnasten får.